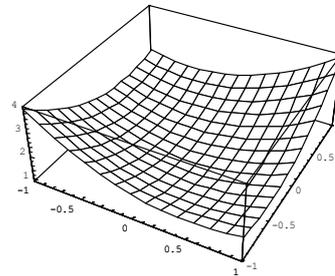
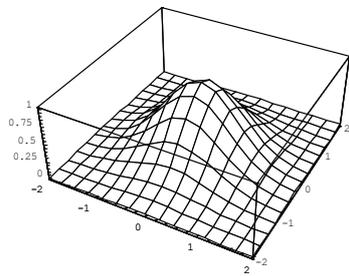


物理数学へのアプローチ



2016年4月

東海大学理学部物理学科

八木隆志

初めに

このテキストは高等学校を卒業後、初めて大学での物理学を学ぶ学生諸君を念頭において書かれたものです。高等学校で学んだ物理や数学とくらべ、大学で学ぶ物理学では、いきなり見慣れない数学的な表現がたくさん出てくるでしょう。大学では学問としての物理学を追求するために、理論的に厳密に、表現は定量的かつ解析的にならざるを得ません。しかしながら、高等学校で学ぶ物理はかなりの分野をカバーしています。定性的な意味論的な説明もしくは非常に単純なモデルに基づく説明等がかなり含まれていますが、考え方については、学ぶ人の学齢に適合した内容になっています。したがって、本テキストを著すにあたり、物理学で頻出する数学的方法において、馴染みにくい考え方や手法を重点的に解説しました。式を導くところは懇切に書いてありますが、独自にペンと紙を使って導いてください。内容としては、微分積分の利用法およびベクトル解析の入門的応用などで、大学 1,2 セメスターで学ぶ物理学で頻出する数学的手法です。内容の順序については物理学の講義の進捗に大体合わせるようにしてあります。本テキストを読んだ後、是非各専門分野の本を読んでいただきたい。これらは解析学、ベクトル解析と微分幾何学、線形代数学、微分方程式論、複素関数論、関数解析論などの広範な分野に渡るが、物理学の数学的側面という観点で物理現象を理解するには、物理数学というタイトルの本が入門書として使える。数多くの参考図書が出版されているので、図書館や書店で自分にあったものを探してみるのもよいでしょう。著者が学生時代に愛読したものとしては、物理学のトピックを数多く例題として含んでいる「スミルノフ著 高等数学教程」はわかりやすく、内容も豊富です。「高木貞二著 解析概論」は大変な名著です。その他、極限の考え方などで「遠山啓著 数学入門 (上) (下) 岩波新書」が大変わかりやすく参考になりました。大変興味の沸く思い出のある本でしたが、現在の皆さんには果たしてどのように映りますでしょうか。本テキストを講義ノートとしてどんどん書き込んで利用していただけたら幸いです。尚、今年度版では旧版の「第 8 章微分方程式」を割愛した。

2004 年初版

2016 年春

八木隆志

2011 年 3 月 11 日の東日本大震災で被害を受けられた方々に、謹んでお見舞い申し上げます。

目次

第1章 関数とグラフ

1.1 関数	1
1.2 逆関数	2
1.3 グラフ	3
1.4 周期関数と多価関数	4
1.5 陽関数と陰関数	5
1.6 関数の連続性	6
1.7 曲線	7
1.8 円柱座標	10
1.9 極座標	11
1.10 曲面	12

第2章 極限と微分法

2.1 極限	16
2.2 微分法	18
2.3 合成関数の微分係数	21
2.4 逆関数の微分係数	23
2.5 陰関数の微分係数	26
2.6 関数の微分	27
2.7 高階の微分係数	28
2.8 関数（グラフ）の解析	29

第3章 ベクトルの微分法

3.1 ベクトルの演算	30
3.2 ベクトルの積	31
3.3 ベクトルの成分表示	34
3.4 ベクトル関数	36
3.5 ベクトルを微分する	37
3.6 スカラー積およびベクトル積の時間微分	42
3.7 曲率と曲率半径	45

第4章 偏微分法

4.1 偏微分係数	51
4.2 偏微分係数の幾何学的意味	55

4.3	<i>grad</i> グラディエント	58
4.4	熱力学への応用	62
第5章 微分法の応用		
5.1	不定形の極限值	64
5.2	数列と級数	67
5.3	ベキ級数による関数の近似 Taylor 級数、Maclaurin 級数	69
第6章 積分法		
6.1	積分法	71
6.2	部分積分	72
6.3	置換積分	73
6.4	部分分数への分解	74
6.5	定積分	74
6.6	定積分における部分積分	76
6.7	定積分における置換積分	77
第7章 定積分の応用		
7.1	曲線の弧の長さ	79
7.2	線積分	81
7.3	立体の体積の計算	86
7.4	回転体の表面積	87
7.5	面積分	88
7.6	体積積分	96
付録 A 円柱座標と極座標によるベクトル微分係数の表示と運動学への応用		
		103
付録 B 複素数のガウス面表示		
		109